Exercice 01 : (3,5 pts)

Soit deux évènements A, B tel que $P(A) = 0{,}3$ $P(B) = 0{,}5$ $P(A \cap B) = 0{,}2$

1. a) Les évènements A et B sont-ils incompatibles ?
   b) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

2. Calculer $P(A \cap B / B)$ $P(A \cup B / B)$ $P(A \cap \bar{B} / B)$ $P(A / \bar{B})$

Exercice 02 : (6,5 pts)

A) On jette un dé équilibré jusqu'à l'obtention d'un 6. Le nombre de lancers nécessaires à cette obtention est une variable aléatoire N.

1) Quelle est la loi de probabilité de N ?
2) Vérifier que la somme des probabilités est égale à 1 et que $E(N) = 6$.

B) On effectue 30 lancers du dé, On définit X : "Le nombre de "6" obtenus aux lancers du dé".

1) Préciser la loi de x, son espérance mathématique et sa variance.
2) Supposons que le dé est truqué telle que la prob d'apparition de '6' est 0,08. Calculer la prob d'obtenir au moins un 6 mais moin de quatre fois.

Exercice 03 : (4,5 pts)

la loi conjointe de (x, y) est résumée par le tableau suivant :

$x \mid y$	-1	0	1
-1	$2b$	$3b$	$2b$
0	$2a$	$3a$	$2a$
1	$2b$	$3b$	$2b$

1) Déterminer la moyene marginale de x.
2) Déterminer la loi de $(S, M) = \left((x+y)^2 \cdot (x-y)^2\right)$

Exercice 04 : (5,5 pts)

La densité de probabilité d'une v.a X est donnée par:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & \text{si } x \geqslant 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1) Vérifier que f est une densité de probabilité.
2) Est-ce que possède une espérance mathématique ? Si oui calculer la.

3) Déterminer la densité de probabilité de

$$Y = \ln X.$$

QCM

1) Soit Ω un ensemble. Qu'est ce qui manque à $\{\phi, \Omega)$ pour obtenir un ensemble probabilisé

   a) Un ensemble probabilisable
   b) Un ensemble fondamental
   c) Une α-algebre

2) Si $(1+P(A)) - 2 + P(\Omega) = 1$, alors $P(A)$ égale

   a) $1/2$
   b) $P(\Omega)$
   c) $P(\phi)$

3) Soient A, B, et C trois évenements. Si $w \in A \rightarrow w \in B \rightarrow w \in C$ alors:

   a) A appartient à C
   b) A est inclus dans B.
   c) B appartient à C.

4) Si les évènements $A_1, A_2, \ldots A_n$ forment un système complet d'évènements. Alors pour les A_i dont l'indice prend les valeurs $1, 2, \ldots n$ on a:

a) $\Sigma P(A_i) - P(A) = P(\emptyset) + P(\Omega)$
b) $\Sigma P(A_i) - P(\Omega) = 1 - P(\emptyset)$
c) $\Sigma P(A_i) = 2 - P(\Omega) - P(A_n)$

5) Si dans une loi de probabilité discrète, la variance $V(x) = 3p(1-p)$ alors la variance aléatoire x suit:

a) Une loi de Bernoulli
b) Une loi ~~de~~ binomiale
c) Une loi de Poisson

6) Pour chaque x définit par $p[\{X = x\}]$ la fonction de masse est:

a) $P_X : R \longrightarrow R$
b) $F_X : R \longrightarrow R$
c) $P[\{X \geq x\}]$

7) Soit $P_X(x)$ une fonction de masse de poisson alors $V(x) \cdot E(x)$.

a) $E(x) - \lambda$
b) λ
c) e^{λ}

8) Soit $P_X(x) = P^x q^{1-x}$. Pour quel nombre ~~d'expérience~~ d'experiences celle de la loi binomiale.

a) Un nombre infini
b) Un nombre commençant par 1 et pouvant aller jusqu'à 30.
c) un nombre fini supérieur à 1.

Réponses

1. c
2. b
3. b
4. c
5. b
6. a
7. a
8. c